

Rinnovare la didattica per una nuova immagine della Matematica

Daniela Medici & Maria Gabriella Rinaldi

2 dicembre 2004

E' necessario costruire una nuova immagine della matematica?

Il rapporto con la matematica condiziona spesso la scelta del tipo di studio oltre la scuola dell'obbligo e successivamente degli studi universitari.

Chi arriva all'università sa già se la matematica gli piace o no, e tale convinzione, qualunque sia, è ben radicata.

Principali sentimenti verso la matematica

AMORE

ODIO

Ancora oggi spesso viene ritenuta una materia

arida, fredda, incomprensibile, incontrollabile...

e ciò può dipendere da come viene presentata.

E' necessario anche per una nuova immagine tener conto delle nuove disposizioni ministeriali.

L'immagine della matematica

Indicatori di una immagine negativa sono alcune domande che ogni insegnante di matematica si è sentito prima o poi rivolgere:

- A cosa serve?
- Ma chi si è inventato "questa roba"?

Dalle Indicazioni nazionali per i Piani di studio personalizzati nella Scuola Primaria:

Problemi e attività *che siano sempre dotate di senso e quindi **motivanti** per chi le svolge*

Dalle Indicazioni nazionali per i Piani di studio personalizzati nella Scuola Secondaria di 1° grado:

...i ragazzi sono (...) molto resistenti agli apprendimenti di cui non comprendono motivazioni e significato, che vogliono sottometterli e non responsabilizzarli.

La scuola secondaria di primo grado è impegnata a radicare conoscenze (...) utilizzando le modalità più motivanti e ricche di senso, poiché l'allievo possa esercitarle sia individualmente, sia insieme agli altri, sia dinnanzi agli altri. Motivazione e bisogno di significato sono del resto condizioni fondamentali di qualsiasi apprendimento.

L'immagine della matematica si forma nei primi anni scolastici

- *Fin dalle elementari vedevo la matematica come qualcosa che solo gli intelligenti sapevano affrontare: sarà perché io non ero molto portata per quella materia*
- *La maestra ci aveva detto esplicitamente che la matematica non le piaceva, e credo che abbia trasmesso a noi le sue idee*
- *La matematica che incubo! La maestra quando non riuscivo in qualche cosa, mi mandava a posto e chiamava una persona più brava di me*

- *Tutto iniziò in seconda elementare (...): io che allora ero una bambina, non avrei mai pensato che da quel giorno sarei stata nemica di quella materia così affascinante, ma quando mi consegnò il compito e vidi quel grosso due rosso che mi guardava, capii che non sarei mai andata d'accordo con quell'argomento.*
- *Quello che penso io sulla matematica, a differenza delle altre materie è che dipende dalla predisposizione di ognuno di noi.*

Matematica e affettività

Le valutazioni negative vengono percepite come valutazioni sulle proprie capacità più che sulle proprie prestazioni e hanno quindi come effetto la rinuncia a priori ad utilizzare le risorse possedute, perché il soggetto si convince di non avere risorse sufficienti. (Rosetta Zan)

Atteggiamento di **fatalismo**, che si esprime nella rinuncia a “provare”... (Zan, seminario nazionale 2002)

- Evitare di far nascere la convinzione che sia per pochi eletti, che si debba “avere il pallino”
- Evitare la perdita di fiducia nelle proprie capacità matematiche: riuscire bene in matematica aumenta l'autostima
- Evitare il disagio in matematica, che porta ad un rifiuto della materia
- Più sono cresciuti e meno sono “recuperabili”: fondamentali i primi approcci

Una nuova immagine della matematica

- Evitare che la matematica sia vista come una successione di regole, più o meno sensate, da imparare a memoria
- Ricette dettate dall'insegnante e inventate da chissà chi e chissà perché.
- Algoritmi da applicare acriticamente
- Evitare che ci si abitui a non capire: paradossalmente, si rinuncia ad usare la propria testa, proprio in matematica, più che nelle altre materie.
- A volte anche chi ama la matematica non ne ha una immagine corretta

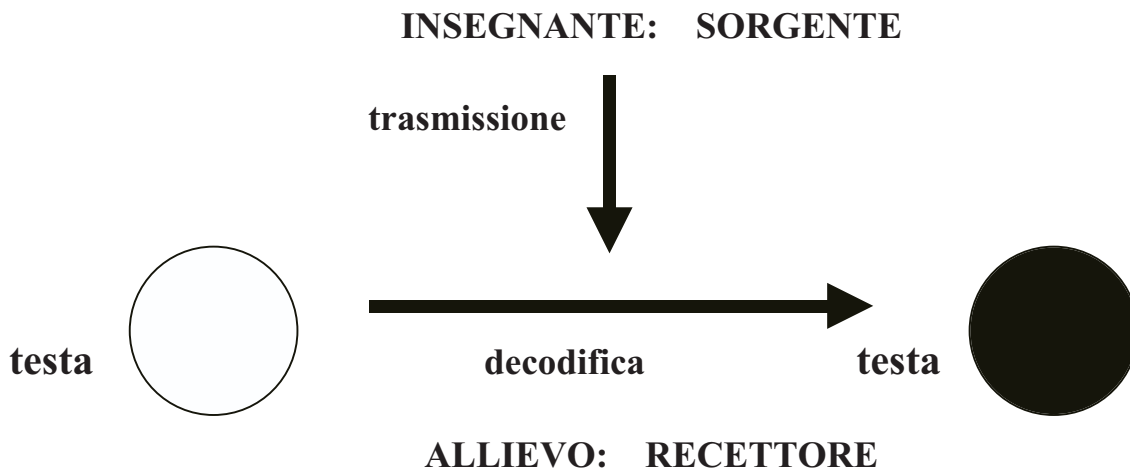
Già Dienes individua un “**esercito di emarginati**” in matematica (73% della popolazione scolastica) e mette in guardia sul fatto che, anche tra gli allievi che sembrano “**dotati**”, prevalgono gli “**abili fruitori di formule memorizzate**”.

Egli indica come causa principale di questa incomprensione con la matematica la cosiddetta “**scuola seduta**” tipica di un **insegnamento trasmissivo**.

Insegnamento il trasmissivismo

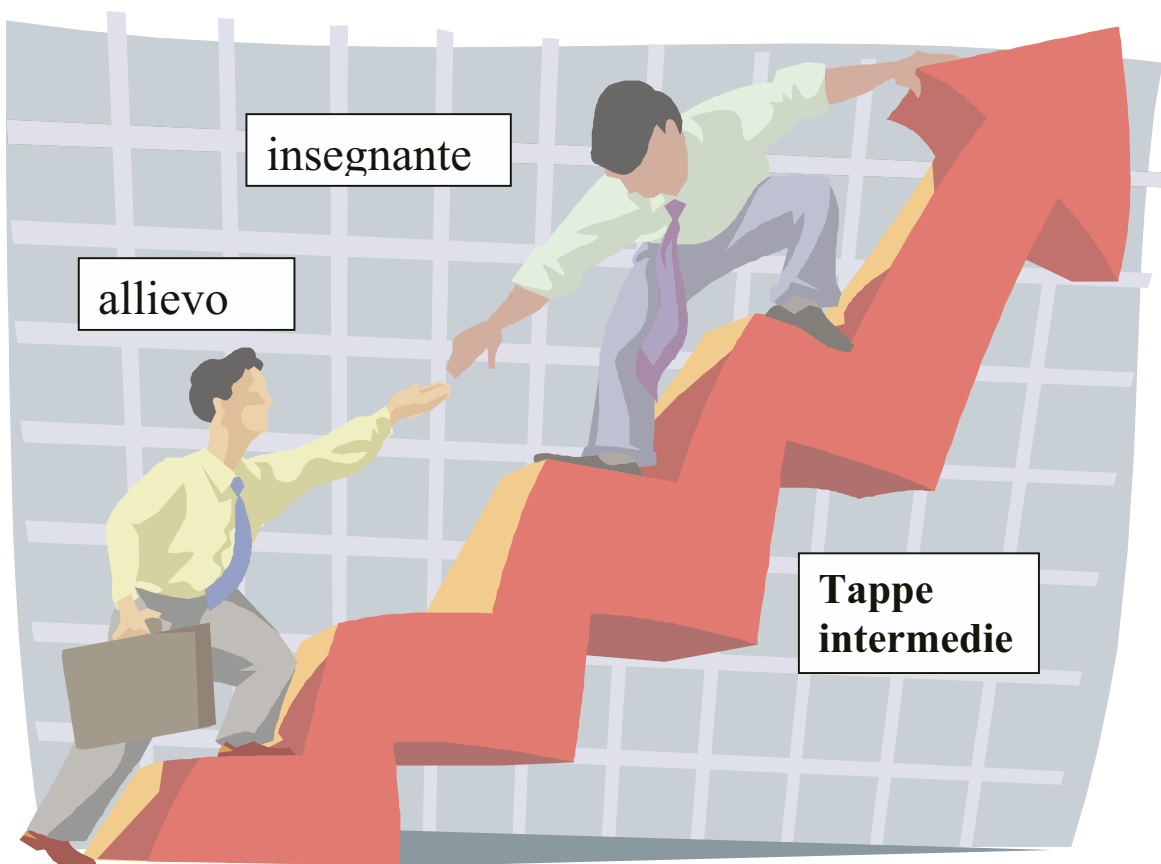
tradizionale:

M.Henry



Un altro modello didattico: il behaviourismo

Stato di conoscenza finale



Stato di conoscenza iniziale

il behaviorismo

- Stimolare i comportamenti attesi
- Rinforzare le risposte corrette ed evitare quelle errate
- Tappe predefinite, obiettivo per obiettivo
- Apprendimento come cambiamento più o meno duraturo del comportamento che avviene come risultato di un esercizio
- Esercizi sistematici per fissare la nuova conoscenza

In questi modelli d'insegnamento- apprendimento non ci si preoccupa del rapporto che intercorre tra allievo e sapere indipendentemente dall'insegnante:

pre-concezioni, concetti o teoremi in atto, misconcetti.

Qualche esempio di misconcetto

- I concetti *figurali* che si formano in seguito alle “tipiche” rappresentazioni delle figure geometriche
- Il prodotto di due numeri è sempre maggiore di entrambi (*la moltiplicazione ingrandisce sempre*), il quoziente è sempre minore del dividendo.
- In una divisione il divisore è sempre più piccolo del dividendo (“15 amici si dividono 5 chilogrammi di biscotti”)
- $\pi = 3,14$
- *Ma esiste un triangolo equilatero il cui perimetro misura π ?*

Come rinnovare la didattica della matematica? Alcune considerazioni

Scopo prioritario è lo sviluppo delle capacità logiche e di ragionamento

Si avverte oggi una grande necessità di dare motivazioni allo studio per suscitare l'interesse

Siccome il mangiare senza voglia fa dannoso alla salute, così lo studio senza desiderio guasta la memoria, e non ritien cosa ch'ella pigli.

Leonardo

Non cercate di soddisfare la vostra vanità, insegnando loro troppe cose. Risvegliate la loro curiosità. E' sufficiente aprire la mente, non sovraccaricarla. Mettetevi soltanto una scintilla. Se vi è della buona materia infiammabile, prenderà fuoco.

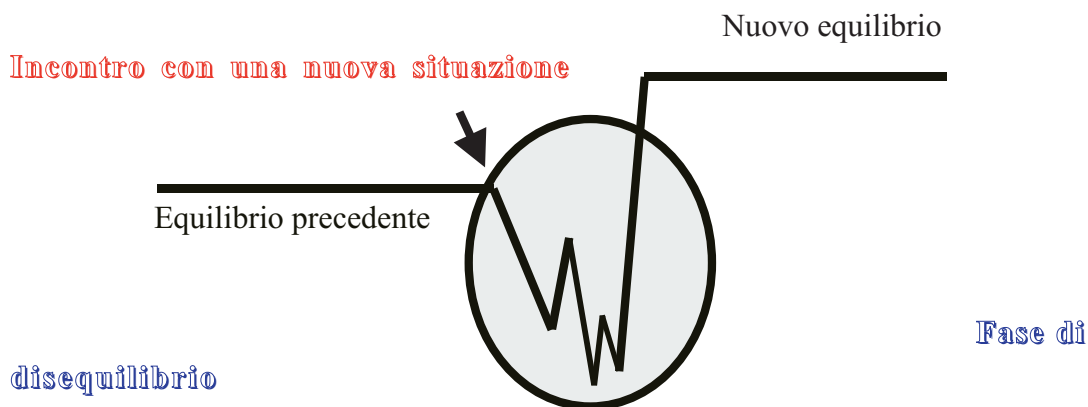
Anatole France (Premio Nobel per la letteratura 1921)

Claparède parla di rivoluzione copernicana nel porre l'allievo “al centro”

Occorre porre l'allievo in una situazione che **motivi** il concetto matematico che si vuole far apprendere e che, attraverso l'**interesse**, lo induca a farsi carico autonomamente del proprio apprendimento.

L'allievo dovrebbe diventare **protagonista** nella **costruzione** del proprio sapere.

Una didattica innovativa: il modello socio-costruttivista



- Il sapere viene costruito dall'allievo, a partire da ciò che sa già (diagnostica)
- Se le conoscenze che già possiede non sono sufficienti o sono inadeguate, si crea disequilibrio
- Lo studente deve essere motivato a risolvere problemi che lo inducano a far emergere eventuali concezioni scorrette senza sentirsi penalizzato (Question-triggering tasks, Avital)
- Una volta riconosciuta la necessità di una nuova conoscenza, inizia una fase di esplorazione, produzione di ipotesi, verifiche, in cui l'attività dell'allievo è paragonabile a quella del ricercatore (Brousseau)
- Sono fondamentali le interazioni sociali

Compiti specifici dell'insegnante:

Mettere in scena buone situazioni problematiche per rendere possibile la

- **devoluzione** cioè

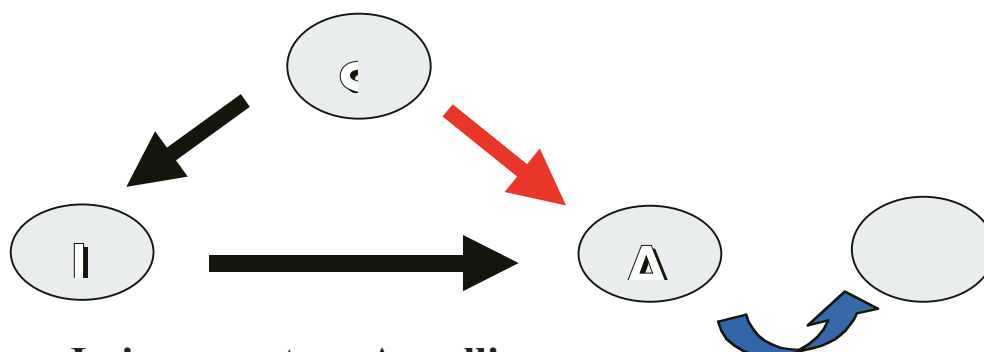
“l'atto attraverso il quale l'insegnante fa accettare all'allievo la responsabilità di una situazione d'apprendimento e accetta lui stesso le conseguenze di questo transfer”
(Brousseau 1986)

essere disposti a tacere, non mortificare il loro spirito di ricerca fornendo la soluzione prima che ci arrivino vicini da soli, eventualmente lasciare che commettano ed esprimano errori, e si convincano, magari ragionando e argomentando tra compagni, che la strada intrapresa non è produttiva.

- **istituzionalizzazione** delle nuove conoscenze

Aiutarli a cercare risposte, non dare risposte prima che si pongano da soli le domande.

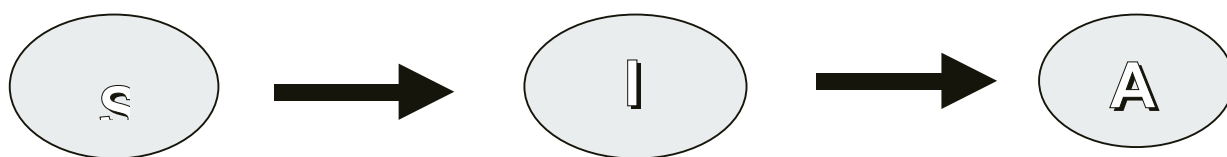
Schematizzazione di una situazione didattica: il triangolo didattico



S = sapere I = insegnante A = allievo

Scopo dell'insegnante è di rafforzare la relazione allievo-sapere

Una schematizzazione più tradizionale



Problemi e matematica

- E' nel risolvere i problemi con i quali era costretto a confrontarsi che l'uomo ha cominciato ad elaborare le sue conoscenze matematiche.
- E' lecito pensare che succeda la stessa cosa nel caso dell'allievo.
- Partire dalla risoluzione di problemi per costruire concetti matematici

Ma quali problemi?

Una sperimentazione

(Tesi di Laurea di Beatrice Bertazzoni)

Sperimentazione sull'incidenza didattica di problemi "insoliti" in una **quinta elementare**.

La sperimentazione si è svolta **durante un intero anno scolastico**.

Alcune classi sono state "trattate" con problemi insoliti (51 allievi), altre classi (48 allievi) hanno svolto il ruolo di "**classi di controllo**".

I test di ingresso e di uscita sono stati effettuati da ogni allievo singolarmente.

Test d'ingresso: 8 problemi "standard"

Classi della sperimentazione media: **5,05** decimi

Classi di controllo media: 5,37 decimi

Trattamento con 13 problemi insoliti a piccoli gruppi

Alla fine dell'anno scolastico risomministrazione degli 8 problemi standard

Classi della sperimentazione media: 8,4 decimi

Classi di controllo media: 6,64 decimi

Conclusioni della ricerca

In tale ricerca si è dimostrato quindi, con la tecnica delle classi di confronto, che un **“trattamento” della classe mediante problemi non standard ha una ricaduta positiva** per quel che riguarda le abilità risolutive di problemi tradizionali.

Inoltre si è rilevato un cambiamento di atteggiamento e di competenza nei riguardi della matematica.

Aspetti meta-cognitivi

▪ **Conrad:**

Per me un problema è una situazione in cui mi trovo in difficoltà
Io proporrei in futuro di continuare con i problemi

▪ **Marco:**

Secondo me un problema è una cosa molto brutta
Io con i problemi quando sono in gruppo con i miei amici lavoro bene, perché quando non so più andare avanti i miei compagni mi aiutano... Quando lavoriamo in gruppo mi sento più tranquillo e lavoro meglio.

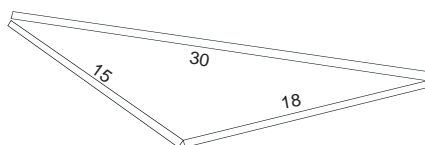
Un esempio

TRIANGOLI

Berenice ha sulla sua scrivania cinque bacchette di 15, 18, 30, 33 e 46 cm di lunghezza.

Ne sceglie tre e le dispone a triangolo.

Ecco per esempio ciò che ottiene con quelle di 15, 18 e 30 (il disegno è ridotto)



Quanti triangoli differenti potrà formare Berenice con le sue cinque bacchette?

Descrivete ciascuna delle vostre soluzioni.

(7° Rally Matematico Transalpino II prova)

- Conoscenza in gioco: **la disuguaglianza triangolare**
Appropriazione o riappropriazione di tale proprietà
- Ruolo della figura e importanza degli strumenti da disegno: **per il 70% degli allievi di scuola media il triangolo esiste, anche se è molto difficile costruirlo**
- Tipi di soluzioni rilevati:
 - Tutte le combinazioni possibili di tre numeri (60 possibilità)
 - Combinazioni che non tengono conto della disuguaglianza triangolare (10 possibilità) elencando le terne o disegnando i triangoli.
 - Combinazioni che tengono conto della disuguaglianza triangolare (7 triangoli).

RISULTATI

- **I media:** su 28 alunni nessuna risposta corretta. Solo 3 hanno elencato 10 terne.
- **Il liceo scientifico:** su 29 allievi solo 4 hanno risposto correttamente.
Oltre a questi, 19, pur sbagliando, tengono conto in qualche modo dell'aspetto geometrico, considerando la disuguaglianza triangolare.
- **Primo anno di Corsi di Laurea scientifici:** su 338 studenti solo il 34% ha risolto correttamente e il 31% ha elencato 10 terne